

О РОЛИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МАССЫ В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ¹

Васильев Сергей Алексеевич, ВНИИГеофизика (retired),

E-mail: disput22@mail.ru,

сайты: www.nonmaterial.narod.ru и www.nonmaterial.pochta.ru.

ВВЕДЕНИЕ

В специальной теории относительности СТО хорошо известно соотношение

$$M = E/c^2 \quad (1)$$

где M – релятивистская масса тела (или системы частиц), E – его энергия. Существует Позиция [1], [2], согласно которой:

1.1 Соотношение (1) не действительно и не имеет физического смысла, так как релятивистская масса не имеет смысла (буду говорить далее просто «масса»);

1.2 Имеет смысл только соотношение для массы покоя и энергии покоя

$$M_0 = E_0/c^2 \quad (2)$$

а Эйнштейн, если его понимать в контексте его выступлений, сам впоследствии отказался от соотношения (1), здесь M_0 и E_0 – масса покоя и энергия покоя, соответственно;

1.3 Релятивистская масса не играет роль ни меры инертности, ни гравитационной массы;

1.4 Масса покоя системы не взаимодействующих, свободно летящих частиц зависит от углов между импульсами частиц. В частности [2], масса покоя «системы двух фотонов, с энергией E у каждого, равна $2E/c^2$, если они летят в противоположные стороны, и равна нулю, если они летят в одну сторону. Это очень непривычно для человека, впервые сталкивающегося с теорией относительности, но таков факт». Последнее назовём парадоксом системы фотонов. Из всех масс, только масса покоя есть инвариант преобразований Лоренца.

Пункт 1.4 методологически связывается в работах [1], [2] с пунктами 1.1-1.3. Согласно [2], формула (1) «неоднократно применялась и к безмассовому фотону, создавая сумбур в головах учащих: с одной стороны, фотон безмассов, а с другой – у него есть масса».

Масса – это мера инертности. Данная Позиция приводит к странному, неестественному физическому смыслу меры инертности. Например, согласно Позиции, бегущие электромагнитные волны могли бы иметь только массу покоя. Но электромагнитные волны не могут остановиться и находиться в покое. Значит, электромагнитные волны и фотоны не имеют никакой массы. Но для отражения фотонов требуется приложить силу. Значит, фотоны имеют инертность. Получается так: инертность есть, а меры инертности нет, гравитационное воздействие на фотоны есть, а гравитационной массы у фотонов нет. Или, как известно [3], масса покоя (покоящегося) тела, состоящего из частиц, увеличивается при нарастании скоростей движений частиц, то есть, энергия движений частиц вносит вклад в меру инертности тела, но, согласно Позиции, энергия движения частиц почему-то не вносит вклад в меру инертности самих частиц. Список странностей физического смысла можно продолжать. Неестественности физического смысла возникают потому, что в рамках Позиции, при определении понятия меры инертности для релятивистской механики, использовался нерелятивистский закон Ньютона (масса определялась просто делением

¹ Ссылка на данную работу:

Васильев С.А. О роли релятивистской массы в специальной теории относительности. // в сб. Система «Планета Земля». 15 лет междисциплинарному научному семинару. Монография. М.: ЛЕНАНД, 2009, с. 105-116, ISBN 978-5-9710-0262-8.

величины силы на величину ускорения), хотя ясно, что при переходе к релятивистской механике нужно использовать специальное релятивистское определение меры инертности.

Однако Эйнштейн изначально был прав. В настоящей работе вырабатывается специальное релятивистское определение меры инертности. В результате, устраняется парадокс системы фотонов, исчезают странности физического смысла. При релятивистском определении понятия меры инертности, релятивистская масса M играет в СТО роль меры инертности и меры гравитационной массы при любых скоростях (меньших и равных c). Энергии движения частиц вносят вклад в их массы. Электромагнитные волны и фотоны имеют массу, гравитационное поле воздействует на них в соответствии с их гравитационной массой, эквивалентной мере инертности. А формула, $E = Mc^2$, справедлива при любых скоростях (меньших и равных c) и выражает фундаментальный физический закон: энергия (которая, в конечном счёте, есть способность совершать работу) однозначно определяет меру инертности, и наоборот. Когда будет понято, почему физически разнородные качества - энергия E и мера инертности M - оказываются взаимно однозначно связанными, откроется новый горизонт понимания физической реальности. Возможно, этот закон означает, по сути, что существует некая единая физическая субстанция, которая порождает и свойство материи иметь энергию, и свойство материи иметь инертность. Если это так, то отвергать указанный закон в рамках Позииции – означает, отвергать фундаментальное направление физических исследований и исключать из рассмотрения существенные физические свойства.

1. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МАССА ТЕЛА

Пусть релятивистская масса определяется равенством (1). Это пока только определение, и ничего больше. Далее будет раскрываться его физический смысл. Уравнения релятивистской механики свободной частицы имеют вид [3]

$$E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = M_0^2 c^4, \quad (3)$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{v}E/c^2. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{p} – вектор импульса частицы. Эти уравнения верны и при нулевой массе покоя M_0 . Подстановка (4) в (3) даёт соотношение

$$E^2(1 - v^2/c^2) = M_0^2 c^4, \quad (5)$$

а с учётом определения (1) получаем одну из основных формул теории относительности

$$M = \gamma M_0, \quad (6)$$

где

$$\gamma = 1/\Delta, \quad \Delta = (1 - \beta^2)^{1/2}, \quad \beta = v/c. \quad (7)$$

В данной статье, для анализа поведения системы частиц будет использоваться соотношение типа выражения (5), в отличие от работ [1], [2], где для этих целей применяется формула (3). Это отличие позволит учесть скорость перемещения системы частиц, как единого целого. Докажем теперь, что релятивистская масса играет роль меры инертности и роль гравитационной массы. Всюду далее, для краткости, будем называть малыми скоростями, скорости, много меньшие скорости света, а релятивистскими скоростями все иные скорости.

Сила \mathbf{F} , приложенная к частице, порождает её ускорение \mathbf{a} в согласии с уравнением движения частицы специальной теории относительности [1], [3]

$$\mathbf{F} = \gamma M_0 \mathbf{a} + M_0 \gamma^3 \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{a}), \quad (8)$$

где жирные круглые скобки означают скалярное произведение векторов, или, что тоже [1], [3],

$$\mathbf{F} - (\mathbf{F}, \boldsymbol{\beta})\boldsymbol{\beta} = M_0 \gamma \mathbf{a}. \quad (9)$$

В соответствии с упомянутой Позиицией [1]: «Несмотря на необычность уравнения (8) с точки зрения ньютоновой механики, а вернее, именно благодаря этой необычности, это уравнение правильно описывает движение релятивистских частиц. С начала века оно

многократно подвергалось экспериментальным проверкам в различных конфигурациях электрических и магнитных полей. Это уравнение является основой инженерных расчетов релятивистских ускорителей. Итак, если $\mathbf{F} \perp \mathbf{v}$, то $\mathbf{F} = m\gamma\mathbf{a}$, если же $\mathbf{F} \parallel \mathbf{v}$, то $\mathbf{F} = m\gamma^3\mathbf{a}$. Таким образом, если попытаться определить как «инертную массу» отношение силы к ускорению, то эта величина в теории относительности зависит от взаимного направления силы и скорости, и потому однозначным образом ее определить нельзя». Как видим, в рамках выше приведённой Позиции, для определения понятия меры инертности при релятивистских скоростях, используется нерелятивистский закон Ньютона - масса определяется просто делением величины силы на величину ускорения.

Но нерелятивистский закон Ньютона справедлив только для малых скоростей ($\gamma \approx 1$). Соответственно, нерелятивистский закон Ньютон позволяет правильно определить меру инертности только при малых скоростях ($\gamma \approx 1$). Целью релятивистской механики является обобщение правил классической механики на случай релятивистских скоростей. Так давайте последовательно руководствоваться этой целью. Другими словами, и закон Ньютона, и **понятие меры инертности** должны получить обобщения на случай релятивистских скоростей, то есть должны быть релятивистский закон Ньютона и специальное релятивистское понятие меры инертности, вытекающее из релятивистского закона Ньютона. Классический закон Ньютона

$$\mathbf{F}/M_0 = \mathbf{a} \quad (10)$$

есть уравнение движения частицы при малых скоростях. Уравнение (8), действительно, «правильно описывает движение релятивистских частиц». Оно является уравнением движения частицы при любых, как малых, так и релятивистских скоростях. Оно превращается в классический закон Ньютона (10) при скорости, стремящейся к нулю, то есть, когда, согласно определениям (7), $\beta \rightarrow 0$, $\gamma \rightarrow 1$. Поэтому, очевидно, уравнение (8) есть релятивистское обобщение закона Ньютона. Значит, специальное релятивистское понятие меры инертности нужно выводить из уравнения (8), а не из классического закона Ньютона (10). С учётом определения (1) релятивистской массы M , уравнение (8) допускает его перезапись в форму, аналогичную классическому закону Ньютона,

$$\mathbf{F}/M = \Phi(\beta, \mathbf{a}), \quad (11)$$

где

$$\Phi(\beta, \mathbf{a}) \equiv \mathbf{a} + (\beta \cdot \mathbf{a})\beta\gamma^2. \quad (12)$$

Таким образом, закон Ньютона существенно изменяется при переходе к релятивистским скоростям, но сохраняется его общая структура: левая часть уравнений (10), (11) есть результат деления силы на величину M_0 или M , а правая часть этих уравнений не зависит ни от \mathbf{F} , ни от M_0 или M . Однако, нарушается старое правило параллельности силы и ускорения. Ускорение имеет компоненту, параллельную силе, но, кроме того, приобретает компоненту, параллельную скорости частицы \mathbf{v} . Происходит как бы «снос» ускорения в направлении скорости (см. формулу (9)). И это естественно, поскольку преобразования Лоренца вовсе не изменяют пространственные координаты, перпендикулярные скорости, но изменяют только одну пространственную координату, а именно – параллельную скорости. В этом смысле возникает выделенное направление (направление скорости), куда и «сносится» ускорение.

Уравнение (10), как указывалось, есть предельный случай уравнения (11) при скорости, стремящейся к нулю. Следовательно, классический закон Ньютона (10) строго справедлив только при нулевой скорости частицы $\mathbf{v} = 0$. Поэтому классическая мера инертности – масса покоя M_0 – однозначно определяет ускорение \mathbf{a} частицы при заданной силе \mathbf{F} и заданной нулевой скорости частицы, через классический закон Ньютона, то есть через уравнение (10). Стало быть, релятивистская мера инертности должна однозначно определять ускорение \mathbf{a} частицы при заданной силе \mathbf{F} и заданной как нулевой, так и любой ненулевой скорости \mathbf{v} частицы (меньшей c) через релятивистский закон Ньютона, то есть через уравнение (11). Дополнительно, релятивистская мера инертности должна отображать ту физическую

реальность, что инертность частицы нарастает при увеличении скорости v . В уравнении (11) фигурирует величина M , формально введённая равенством (1). Эта величина M однозначно определяет ускорение a частицы при заданной силе F и заданной как нулевой, так и любой ненулевой скорости v частицы через релятивистский закон Ньютона, то есть через уравнение (11). В силу соотношения (6), величина M зависит от скорости v частицы, нарастает при увеличении скорости v частицы и превращается при малых скоростях в старую, добрую меру инертности M_0 . Поэтому формально введённая релятивистская масса M является релятивистской мерой инертности. Тогда уравнение (1) выражает фундаментальный закон взаимосвязи меры инертности и энергии как при малых, так и при релятивистских скоростях. Кроме того, согласно соотношениям (1) и (4), для импульса остаётся справедливым при любых скоростях правило $p = Mv$ связи импульса с массой и скоростью.

Природа устроена так, что в простейшем случае малых скоростей ускорение просто обратно пропорционально массе M_0 и не зависит от скорости частицы. А в общем случае, в соответствии с формулой (11), природа ведёт себя сложнее. Во-первых, нет простой обратно пропорциональной зависимости ускорения от величины M , ускорение начинает зависеть и от скорости частицы. Но по-прежнему именно отношение F/M определяет, какое будет ускорение, и как оно будет зависеть от скорости частицы. Во-вторых, масса M оказывается не скаляром, а компонентой 4-вектора. И в этом нет ничего страшного. Если физическая природа такова, что, при переходе от малых к релятивистским скоростям, мера инертности зависит не только от самого тела, но и от характера его движения, то с этим следует соглашаться. Природа имеет приоритет. Видимо, это не вписывается в некоторые теории, но всё-таки автор склонен отдавать приоритет природе. Разумеется, масса M и при малых скоростях (то есть в классической механике) остаётся компонентой 4-вектора, но изменяется столь слабо при изменении скорости, что это практически незаметно. Другими словами, компонента 4-вектора M в пределах малых скоростей выглядит практически как скаляр. Следовательно, её можно приближённо отождествлять со скаляром M_0 в этих, и только в этих пределах, но не при любых скоростях. Поэтому нигде не идёт речь об отождествлении массы покоя и энергии при любых скоростях. С таким же успехом можно объявить скаляром релятивистскую массу $M(v_0)$ при любой, но фиксированной скорости v_0 . Можно тогда переписать всю теорию релятивистских скоростей через скаляр $M(v_0)$, а не через M_0 . Для этого достаточно просто заменить в теории массу M_0 на величину $(1 - v_0^2/c^2)^{1/2}M(v_0)$ по правилу (6). Причём масса M_0 есть масса $M(v_0)$ при $v_0 = 0$, $M_0 = M(0)$. Таким образом, величины $M(v_0)$ и M_0 - в принципе равноправны. Следовательно, объявлять массой только массу покоя M_0 не совсем логично.

Относительно гравитационной массы ситуация полностью аналогична. В специальной теории относительности, движение материальной частицы под действием постоянного гравитационного поля (то есть поля очень тяжёлого, потому не сдвигаемого тела) имеет вид [1]:

$$F = -GM_s E [(1 + \beta^2)r - (r, \beta)\beta] / (c^2 |r|^3), \quad (13)$$

Здесь F – сила гравитационного воздействия на частицу с энергией E ; r – радиус-вектор, соединяющий частицу и источник поля; M_s – масса источника гравитационного поля; G – гравитационная постоянная. Приведём сначала Позицию из статьи [1]: «Если в ньютоновой теории сила гравитационного взаимодействия определяется массами взаимодействующих тел, то в релятивистском случае ситуация значительно сложнее. Дело в том, что в релятивистском случае источником гравитационного поля является сложная величина, имеющая десять различных компонент, - так называемый тензор энергии-импульса тела. (Для сравнения укажем, что источником электромагнитного поля является электромагнитный ток, являющийся четырехмерным вектором и имеющий четыре компоненты.) Рассмотрим самый простой пример, когда одно из тел имеет очень большую массу M и находится в покое (например, Солнце или Земля), а другое имеет очень малую или

даже нулевую массу, например электрон или фотон с энергией E . Исходя из общей теории относительности, можно показать, что в этом случае сила, действующая на легкую частицу» определяется формулой (13). И далее: «Легко видеть, что для медленного электрона с $\beta \ll 1$ выражение в квадратной скобке сводится к r , и, учитывая, что $E_0/c^2 = m$, мы возвращаемся к нерелятивистской формуле Ньютона. Однако при $v/c \sim 1$ или $v/c = 1$ мы сталкиваемся с принципиально новым явлением: величина, играющая роль «гравитационной массы» релятивистской частицы, оказывается зависящей не только от энергии частицы, но и от взаимного направления векторов r и v . Если $v \parallel r$, то «гравитационная масса» равна E/c^2 , но если $v \perp r$, то она становится равной $(E/c^2)(1 + \beta^2)$, а для фотона $2E/c^2$. Мы используем кавычки, чтобы подчеркнуть, что для релятивистского тела понятие гравитационной массы неприменимо. Бессмысленно говорить о гравитационной массе фотона, если для вертикально падающего фотона эта величина в два раза меньше, чем для летящего горизонтально».

Однако, и здесь необходимо дать иную физическую интерпретацию уравнениям движения частицы в гравитационном поле. Сразу оговоримся, в данной работе рассматривается ситуация в обычном околоземном пространстве. Значит искривление пространства, то есть отклонение от псевдоевклидовой метрики, крайне мало. Тогда справедлива формула (13). Поэтому изменения закона всемирного тяготения проявляются только в зависимости от скоростей, но не от распределения масс в пространстве. Другими словами, ситуация с последним законом аналогична ситуации с законом Ньютона. Запишем формулу (13) в ином виде

$$F = -G M_S M \Psi(\beta, \rho) \quad (14)$$

где Ψ есть векторная функция

$$\Psi(\beta, \rho) \equiv (1 + \beta^2)\rho - (\rho, \beta)\beta, \quad (15)$$

$\rho \equiv r / |r|^3$, M – релятивистская масса пролетающей частицы, величина (ρ, β) – есть скалярное произведение векторов ρ и β . При малых скоростях функция Ψ вырождается в ρ , а формула (14), очевидно, превращается в классический закон всемирного тяготения

$$F = -G M_S M_0 \rho. \quad (16)$$

Стало быть, совершенно аналогично вышеизложенному, формула (14) является обобщением закона всемирного тяготения классической механики на случай релятивистских скоростей. Обобщение состоит в основном в замене вектора ρ на вектор-функцию Ψ , зависящую от ρ и β . В результате нарушается правило (классической механики) параллельности гравитационной силы F и вектора ρ . Сила имеет компоненту, параллельную ρ , но кроме того сила приобретает компоненту, параллельную скорости частицы. Значит снова, как и в случае с релятивистским законом Ньютона, происходит «снос» в сторону скорости. Однако, правило прямо пропорциональной зависимости силы тяготения от массы частицы не нарушается. Просто масса покоя частицы заменяется на её релятивистскую массу. Поэтому релятивистская масса M в законе всемирного тяготения (14) играет роль гравитационной массы, что и требовалось показать.

Понятие релятивистской массы вводится для специальной теории относительности. Как мы видели, здесь оно имеет ясный физический смысл меры инертности и гравитационной массы. Использование релятивистской массы в СТО является, как показано, последовательным исполнением цели СТО и неотъемлемо от СТО. Иногда встречается мнение: релятивистскую массу M вводить бесполезно, поскольку по определению (1) она является просто другой мерой энергии. Однако это не сильный аргумент, по крайней мере, до тех пор, пока не сказано: массу покоя M_0 тоже вводить бесполезно, поскольку, в силу фундаментального соотношения (2), она тоже является другой мерой энергии, но теперь энергии покоя. На самом деле, как мне кажется, окончательно понять сокровенные вопросы, связанные с массой, можно будет только после выявления причин эквивалентности массы и энергии.

2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МАССА СИСТЕМЫ СВОБОДНЫХ ЧАСТИЦ

Пусть S есть система невзаимодействующих частиц, летящих независимо друг от друга. Частицы имеют энергии E_i , импульсы \mathbf{p}_i , скорости \mathbf{v}_i и релятивистские массы M_i в неподвижной системе координат. Индекс i пробегает целые значения от единицы до числа n частиц. Набор указанных величин обозначим как Π , и будем его называть параметрами системы S относительно неподвижной системы координат. Кроме того, частицы имеют энергии покоя E_{0i} и массы покоя M_{0i} .

Утверждение 1.4 упомянутой Позиции следует [1], [2] из формулы

$$(\sum E_i)^2 - (\sum \mathbf{p}_i)^2 c^2 = M_{0S}^2 c^4, \quad (17)$$

поскольку векторная сумма импульсов зависит от углов между импульсами. Здесь знак Σ означает суммирование по индексу i от единицы до n , а M_{0S} - масса покоя системы S . Тогда, например, для двух частиц имеем

$$(E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 c^2 = M_{0S}^2 c^4. \quad (18)$$

Если два одинаковых фотона летят на встречу друг другу ($E_1 = E_2 = E$, $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$), то в силу (18) масса

$$M_{0S} = 2E / c^2. \quad (19)$$

Когда оба фотона летят в одну сторону, то, подставив равенство (4) в формулу (3) и учитывая, что v есть скорость света, получим [1], [2]

$$M_{0S} = 0. \quad (20)$$

Но о какой массе покоя идёт речь в выражениях (17) – (20)?

Что такое мера инертности системы свободных частиц? Что такое движение системы свободных частиц, как единого целого? На самом деле, свободные частицы не имеют никакого единого движения. А если не введено понятие движения системы S , как единого целого, нельзя говорить об изменениях её движения. Значит, нельзя говорить об ускорении системы S , и, следовательно, о мере её инертности, то есть о её массе. Что такое мера инертности, масса системы фотонов, или даже одного фотона? Ведь скорость фотонов постоянна по величине. Значит, всегда отсутствует ускорение фотона в направлении его движения. Другими словами, это вопрос о физическом смысле меры инертности электромагнитного поля. Раз свободные частицы не имеют единого движения, необходимо «принудительно» ввести понятие движения системы S , как единого целого, чтобы результаты математических выкладок получали понятный, вполне определённый и достоверный физический смысл, когда речь идёт о системе свободных частиц.

Рассмотрим вторую неподвижную систему координат B . Энергии, импульсы, скорости и релятивистские массы частиц относительно указанной системы обозначим с помощью индекса B , то есть, как E_{iB} , \mathbf{p}_{iB} , \mathbf{v}_{iB} , и M_{iB} , соответственно. Набор указанных величин обозначим символом Π_B , и назовём его параметрами системы частиц S относительно второй системы координат B . Приведём мысленно систему координат B в движение со скоростью \mathbf{v}_S . Одновременно, «принудительно» заставим систему частиц S сохранять набор параметров Π_B . Иными словами, если система B набирает скорость \mathbf{v}_S , то все частицы системы S тоже одновременно набирают скорости так, дабы их параметры Π_B относительно движущейся системы B не изменились. Это и есть, естественное определение движения системы частиц S , как единого целого, со скоростью \mathbf{v}_S . Введём, существенное для наших целей, понятие s -системы: *совокупность, «принудительно» взаимосвязанных (выше указанным определением) системы частиц S и системы координат B , назовём соответствующей системой, или просто s -системой набора частиц S* . Когда s -система приходит в движение, очевидно, изменяются параметры Π частиц относительно неподвижной системы координат, но параметры частиц не изменяются при этом относительно системы координат B . Для

осуществления указанных изменений необходимо затратить некоторую работу. Последняя и будет работой по преодолению инертности системы частиц S . Если система содержит фотоны, то в число параметров необходимо добавить длины соответствующих электромагнитных волн по правилу Планка $E_i = hc/\lambda$ и $E_{iB} = hc/\lambda_B$, где λ и λ_B - длины одних и тех же волн относительно неподвижной и второй, подвижной систем координат, соответственно. Когда s -система набирает скорость, длины λ_B остаются, по определению, прежними, но изменяются длины λ , а значит и энергии фотонов относительно неподвижной системы координат. (Нужно не путать с эффектом Доплера, вызываемым движением излучателя. У нас фотоны уже излучены.) Стало быть, необходимо затратить работу на изменение энергии фотонов. Данная работа расходуется на преодоление инертности электромагнитного поля. Поэтому электромагнитное поле имеет инертность, которая проявляется, однако, не при ускорениях фотонов, а при изменениях их энергии в процессе изменения движения s -системы.

Равенство (17) получено, следуя книге [3]. Относительно формул релятивистской механики свободной частицы, там высказывается следующая мысль: *«Подчеркнём, что хотя мы говорим здесь о «частице», но её «элементарность» нигде не используется. Поэтому полученные формулы в равной степени применимы и к любому сложному телу, состоящему из многих частиц, причём под массой надо понимать полную массу тела, а под скоростью – скорость его движения как целого.»* Но энергия E и импульс p системы невзаимодействующих частиц аддитивны

$$E = \sum E_i, \quad (21)$$

$$p = \sum p_i. \quad (22)$$

Подстановка (21), (22) в равенство (3) и даёт формулу (17). При выводе соотношения (5), тоже нигде не используется «элементарность» частицы. Поэтому, на тех же основаниях, получим

$$(\sum E_i) (1 - v_s^2/c^2)^{1/2} = M_{0S} c^2, \quad (23)$$

где, напомним, v_s - скорость перемещения системы частиц, как единого целого. Однако, ниоткуда не следует, что логика применённая в работе [3] к замкнутой системе связанных частиц, даст правильный результат применительно к любой системе не связанных частиц, разлетающихся на бесконечность. Тем более, что равенство (23) оказывается, как не трудно убедиться, не инвариантным относительно преобразований Лоренца. Поэтому полезно вывести нужные формулы способом, не зависимым от логики книги [3].

Когда $v_s = 0$, система частиц S покоится, её энергия покоя E_{0S} , с одной стороны, в силу закона эквивалентности (2) массы покоя и энергии покоя, равна величине $M_{0S}c^2$, а с другой стороны, складывается из энергий частиц E_{iB} относительно системы координат B , то есть

$$E_{0S} = \sum E_{iB} = M_{0S}c^2. \quad (24)$$

В формулу (24) входят только энергии, но не импульсы частиц. Поэтому энергия покоя $M_{0S}c^2$ системы частиц S , а вместе с ней и её масса покоя, во-первых, вовсе не зависят от направлений полётов частиц относительно системы координат B , а во-вторых, не равны нулю при любых упомянутых направлениях. При этом энергия покоя системы равна сумме энергий всех частиц. Именно так и должно быть по физическому смыслу. Система покоится как целое. Она не имеет энергии движения. Поэтому вся её энергия является внутренней. Система не имеет энергии внутренних взаимодействий. Её энергия поэтому состоит только из энергий всех внутренних частиц. Иного не может быть без нарушения закона сохранения энергии. Согласно равенству (24), масса покоя системы S , очевидно, равна сумме релятивистских масс M_i всех её частиц,

$$\sum M_i = M_{0S}. \quad (25)$$

В частности, если s -система содержит только две частицы (быть может два фотона) с одинаковой энергией E , то, очевидно, энергия покоя системы частиц S всегда равна $2E$, а её масса покоя всегда равна $2E / c^2$, независимо от направлений перемещения частиц, что

устраняет парадокс системы фотонов. Энергия может измениться только, если изменить энергии частиц относительно системы координат B . Последнее означало бы изменение s -системы. В фиксированной s -системе нет зависимости массы покоя от углов между импульсами частиц. Разные результаты (19), (20) для системы двух фотонов, летящих в одну, или в противоположные стороны, могут происходить только за счёт неявного изменения s -системы при переходе от одного случая к другому. В единой s -системе, где энергии фотонов остаются прежними, должен получаться одинаковый результат $M_{0S} = 2E / c^2$, что будет подтверждено ниже ещё одним способом, похожим на применение формулы (17).

Пусть теперь совокупность частиц S содержит всего одну частицу (может быть, и фотон) с энергией E_I относительно системы B . Тогда в силу (24) и (25) энергия покоя E_{0S} системы S совпадает с E_I , а её масса покоя M_{0S} не равна массе покоя частицы M_{01} , но равна её релятивистской массе M_1

$$M_{0S} = M_1 = E / c^2. \quad (26)$$

Таким образом, релятивистская масса частицы имеет физический смысл массы покоя соответствующей ей s -системы. В частности, сам фотон не имеет массы покоя. Но он имеет релятивистскую массу, являющуюся массой покоя соответствующей фотону s -системы. Полезно отметить, что масса покоя самого фотона имеет не совсем ясный физический смысл, поскольку фотон нельзя остановить, он всегда имеет скорость света. Можно говорить в разных ситуациях о предельном переходе при скорости, стремящейся к скорости света, но тогда надо помнить, что, если математически предел существует, то по отношению к фотону он имеет не совсем ясный физический смысл. Вероятно, лучше говорить не о нулевой массе покоя фотона, а об её отсутствии. Правда тогда понятие массы покоя теряет свою универсальность. Возможно, в будущем будут открыты частицы с действительно нулевой массой покоя, которые могут и двигаться, и останавливаться. Вот по отношению к таким объектам понятие нулевой массы покоя будет иметь ясный физический смысл (в уравнениях типа (3), (5) тогда неизбежно появятся дополнительные члены). Но тогда энергия гипотетических объектов равна нулю, то есть это безэнергетические (нематериальные?) объекты. Физика, правда, не занимается нематериальным миром.

Приведём мысленно систему частиц S (точнее, s -систему) в движение со скоростью v_S . Тогда с учётом преобразований Лоренца

$$E_i = (E_{iB} - v_S \cdot p_{iB}) / (1 - v_S^2/c^2)^{1/2}$$

получаем

$$(\sum E_i) (1 - v_S^2/c^2)^{1/2} = \sum E_{iB} - v_S \cdot (\sum p_{iB}). \quad (27)$$

Здесь и ниже, для удобства, скалярное произведение векторов обозначается не круглыми скобками, а жирной точкой «•». Обозначим суммарный импульс частиц относительно системы координат B большой буквой P . Подстановка (24) в (27) даёт искомую формулу, независимо от логики работы [3],

$$(\sum E_i) (1 - v_S^2/c^2)^{1/2} + v_S \cdot P = M_{0S} c^2. \quad (28)$$

Полученное соотношение (28) инвариантно относительно преобразований Лоренца. Поэтому его можно использовать для вычисления массы M_{0S} , задавая любую скорость v_S движения s -системы. С другой стороны, сделав подстановку (4)

$$p_i = v_i E_i / c^2 \quad (29)$$

в формулу (17), получим, как не трудно убедиться, ей эквивалентное равенство

$$(\sum E_i) (1 - v_{CM}^2/c^2)^{1/2} = M_{0S} c^2, \quad (30)$$

где v_{CM} - скорость центра релятивистских масс системы частиц. Сравнивая (28) и (30), видим, во-первых, что формула (17) всегда соответствует выбору $v_S = v_{CM}$. Во-вторых, выражение (28) имеет небольшое отличие в виде слагаемого $v_S \cdot P$. Именно это отличие корректирует представление о парадоксе системы фотонов, если положить $v_S = v_{CM}$ в случае фотонов, летящих в одну сторону. Действительно, в последнем случае скорость центра релятивистских масс равна скорости света. Тогда равенства (30), а значит, и (17) дают

нулевую массу покоя системы фотонов. В формуле же (28) «зануляется» лишь первое слагаемое левой её части. Второе слагаемое, с учётом подстановки (29), тогда даёт массу покоя $M_{0S} = 2E / c^2$, как и должно быть независимо от направлений полётов фотонов (импульс \mathbf{P} , по определению S -системы не зависит от скорости \mathbf{v}_S). Но можно положить в выражении (28) и $\mathbf{v}_S = \mathbf{0}$, результат будет тот же в силу его инвариантности.

В чём состоит физический смысл не совпадения выводов данной работы и статей [1], [2], причём, только во втором случае, когда оба фотона двигаются в одну сторону? Масса покоя каждой частицы по определению не зависит от скорости её движения. Масса покоя системы частиц S тоже не зависит от скорости перемещения системы S , как единого целого. Но масса покоя всякой системы частиц зависит, естественно, от скоростей внутренних движений частиц относительно системы координат B . Всё дело в том, что в формулах (17), (30) в скрытой форме используются разные S -системы для разных случаев. В первом случае использована система B , относительно которой частицы летят со скоростью света (на встречу друг другу). Во втором случае, частицы покоятся относительно системы B , а сама система движется со скоростью света (что не совсем корректно, но можно обойти некорректность путём предельного перехода от ультрарелятивистских частиц к фотонам [3]). Но при разных внутренних движениях свободных частиц (то есть при разных S -системах), разумеется, S -системы имеют разные массы покоя. Тогда как нет никаких препятствий для рассмотрения обоих случаев в одной и той же S -системе. И тогда массы покоя системы двух фотонов совпадают в обоих случаях.

ВЫВОДЫ

В специальной теории относительности, при специальном релятивистском определении понятия меры инертности, справедливы следующие выводы:

- 2.1 Соотношение $M = E/c^2$ действительно и имеет физический смысл при любых скоростях (меньших или равных c);
- 2.2 Релятивистская масса имеет физический смысл, она играет роль меры инертности и гравитационной массы при любых скоростях (меньших или равных c);
- 2.3 При корректном определении понятия движения системы частиц, как единого целого, масса покоя системы невзаимодействующих, свободно летящих частиц не зависит от углов между импульсами частиц. Масса покоя системы двух фотонов, с энергией E у каждого, всегда равна $2E/c^2$, независимо от направлений их движений. Масса покоя и релятивистская масса равноправны, как масса покоя M_0 , так и релятивистская масса $M(\mathbf{v}_0)$ при любой, но фиксированной скорости \mathbf{v}_0 , являются инвариантами преобразований Лоренца.

ЛИТЕРАТУРА

1. Окунь Л. Б. Понятие массы (Масса, энергия, относительность). // Успехи физических наук, том 158, вып. 3, 1989. с. 511-530.
2. Окунь Л. Б. О письме Р.И. Храпко «Что есть масса?». // Успехи физических наук, том 170, №12, 2000, с. 1366-1371.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. // Изд-во Наука, М., 1967.